

**УТВЕРЖДАЮ**

**Первый проректор по стратегическому  
развитию и науке**

**ФГАОУ «Северный (Арктический)  
федеральный университет**

**имени М.В. Ломоносова»**

**доктор технических наук, доцент**

**Навел Андреевич Марьяндышев**



19 »

января

2023

### **ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

Федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Северный (Арктический) федеральный университет  
имени М. В. Ломоносова»

на диссертацию **Доловой Оksаны Александровны**  
**«Рассеяние и связанные состояния в малочастичных**

**планарных дипольных квантовых системах»,** представленную на  
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности **1.3.3 Теоретическая физика.**

Диссертация посвящена теоретическому исследованию задач рассеяния и связанных состояний в малочастичных планарных дипольных квантовых системах.

**Актуальность темы.** В последние годы, благодаря большому количеству предсказанных и экспериментально обнаруженных новых квантовых эффектов, системы с дипольным межчастичным взаимодействием привлекают повышенный интерес теоретических и экспериментальных групп. К таким эффектам относятся анизотропная сверхтекучесть, экзотические самостабилизирующиеся квантовые капли и состояния со свойствами сверхтекучего твердого тела. В оптических решетках получены ультрахолодные газы полярных молекул. Оптические ловушки с планарной геометрией являются перспективным кандидатом для стабилизации и удержания дипольных газов и контролирования их свойств, поскольку дипольное взаимодействие является изотропным и отталкивательным в случае поляризации молекул вдоль оси перпендикулярной плоскости их движения, а наклон оси поляризации приводит к контролируемой анизотропии взаимодействия с помощью внешнего статического или зависящего от времени поля. Столкновения молекул в слое дископодобной ловушки моделируются двумерной динамикой молекул. Это указывает на актуальность задачи изучения двумерных дипольных газов. Исследования взаимодействия дипольных двухатомных молекул в плоскости

актуальны в том числе благодаря возможному использованию их в качестве кубитов для квантовых компьютеров. Для создания малочастичной системы с временем жизни, достаточным для организации квантовых вычислений, необходимы теоретические оценки по определению условий стабильности динамических дипольных систем. Исследование диполь-дипольного взаимодействия в применении к квантовым вычислениям является в настоящее время актуальной задачей. Проведение экспериментов требует дальнейшего анализа влияния короткодействующего взаимодействия на дипольное рассеяние в плоскости. Известные результаты, описывающие резонансы в зависимостях сечения рассеяния от радиуса короткодействующего взаимодействия для трехмерного пространства, полученные с помощью численного решения уравнения Шрёдингера в адиабатическом представлении, неприменимы к описанию дипольного рассеяния в плоскости. Оценка влияния короткодействующего взаимодействия на процессы дипольного рассеяния в плоскости при различных ориентациях дипольных моментов является также нерешенной, а потому актуальной физической задачей.

**Связь работы с планами соответствующих отраслей науки и народного хозяйства.** Диссертационная работа Доловой О.А. соответствует тематике фундаментальных исследований по изучению столкновений полярных молекул в слое дископодобной оптической ловушки и пункту 6 Паспорта номенклатуры специальностей ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации по специальности 1.3.3 Теоретическая физика.

**Новизна исследования и полученных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Впервые исследована зависимость сечения диполь-дипольного рассеяния в плоскости от радиуса короткодействующего взаимодействия для произвольной ориентации дипольных моментов сталкивающихся частиц. В рамках исследования были получены новые результаты:

найжены условия возникновения резонансов в зависимости сечения дипольного рассеяния в плоскости от радиуса короткодействующего взаимодействия произвольно ориентированных диполей;

определена зависимость критического (магического) угла наклона одного из диполей как функция направления второго диполя для случая произвольной ориентации диполей, движущихся в плоскости;

впервые показано, что сечение дипольного рассеяния бозонов (фермионов) в плоскости, в отсутствие резонансов, растет (убывает) с уменьшением энергии в отличие от трехмерного случая, где сечение дипольного рассеяния бозонов (фермионов) имеет форму плато в низкоэнергетическом пределе. Показано, что взаимная ориентация диполей сильно влияет на форму энергетических зависимостей сечения рассеяния, которые начинают осциллировать с увеличением угла наклона диполей к плоскости рассеяния, в отличие от трехмерного рассеяния;

в ходе выполненных автором расчетов впервые вычислены энергии низколежащих уровней квантовой частицы, движущейся в плоскости в поле квантового диполя, с относительной точностью, составившей десять в минус шестой степени.

**Значимость для науки и производства (практики) полученных автором диссертации результатов.** Результаты диссертации применимы для теоретического описания свойств широкого класса малоразмерных систем полярных молекул и атомов с большим дипольным моментом. Полученные в диссертационной работе результаты закладывают основу для численного решения широкого класса задач, включающих задачи трех и более тел; задачи на связанные состояния или рассеяние с временной зависимостью потенциала конфайнмента или амплитуды внешнего поля; задачи туннелирования частиц в оптических решетках. Практическая значимость результатов диссертационной работы состоит в возможности их применения для описания условий стабилизации дипольных газов в планарной геометрии оптической ловушки. Полученные в диссертации результаты позволят улучшить стабилизацию и контроль холодных дипольных газов в оптических решетках и таким образом помогут в создании кубитов на основе полярных молекул.

**Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и заключений.**

Обоснованность и достоверность положений и выводов, достигнутых в рамках работы над диссертацией, обеспечена корректным использованием в работе подходов, основанных на классических известных и апробированных методах квантовой теории рассеяния и численных методах. Автор также приводит подробные выкладки при выводе основных математических выражений, что позволяет проследить за выводом выражений от начала и до конца. Рецензируемая работа выполнена с использованием достаточного количества материала.

**Оценка содержания диссертации, ее завершенность в целом, замечания по оформлению.** Диссертация представляет собой законченное научное исследование, выполненное на высоком научном уровне и отвечающее требованиям, предъявляемым к квалификационной работе по указанной специальности. **Диссертация состоит из** введения, обзора литературы, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации составляет 100 страниц, включая 28 рисунков и 5 таблиц. Библиография содержит 106 наименований. Структура диссертации логична, в полной мере раскрывает суть исследования. Положения, выносимые на защиту, четко сформулированы и обоснованы.

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цели и решаемые задачи, аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения. Приведена информация о публикациях, об апробации работы, описание структуры диссертации и т.д.

*В главе 1* численно исследованы энергетические уровни связанных состояний квантовой частицы в поле двумерного диполя. Для этого применен численный алгоритм с Фурье-интерполяцией волновой функции по угловой переменной. Определены значения уровней энергии и соответствующие им собственные волновые функции квантовой частицы в поле двумерного диполя. Рассчитаны плотности вероятности распределений волновых функций низколежащих состояний, соответствующие вычисленным энергиям. *В разделе 1.1*

проведен анализ работ и численных методов, использованных для расчетов низколежащих уровней энергии связанных состояний квантовой частицы в поле двумерного диполя. В разделе 1.2 описан численный алгоритм для решения краевой задачи Штурма-Лиувилля для поиска связанных состояний планарных квантовых систем двух частиц. Предложена вычислительная схема, основанная на методе обратных итераций со сдвигом и модификации метода представления дискретной переменной. В разделе 1.3 приведено сравнение вычисленных с точностью до шести значащих цифр уровней энергий пяти низколежащих чётных и нечетных связанных состояний. Рассчитаны пространственные распределения плотности вероятности вычисленных пяти низколежащих чётных и нечётных связанных состояний.

В главе 2 представлено теоретическое описание рассеяния произвольно направленных диполей в двух пространственных измерениях. Для моделирования короткодействующего взаимодействия рассмотрены два вида потенциалов: потенциал бесконечно высокой потенциальной стенки и более реалистичный потенциал Леннарда-Джонса. В разделе 2.1 приведен краткий обзор по исследованиям дипольных планарных систем с нецентральной взаимодействием. В разделе 2.2 представлено теоретическое описание столкновений полярных молекул в слое одномерной оптической ловушки, моделируемых задачей диполь-дипольного рассеяния в двух пространственных измерениях. В разделе 2.3 выявлена зависимость критического (магического) угла от направления диполей. Диполь-дипольное взаимодействие меняется от полностью отталкивающего для двух диполей направленных перпендикулярно плоскости движения до притягивающего при увеличении углов наклона дипольных моментов относительно нормали к оси  $Z$ . В разделе 2.4 в приближении Борна получены сечения рассеяния диполей, которые согласуются с вычисленными значениями вдали от резонансов и нерезонансными зависимостями в низкоэнергетическом пределе для рассеяния фермионов. Раздел 2.5 посвящен описанию оценки сечения рассеяния в пределе высоких энергий с помощью полуклассического эйконального приближения.

В главе 3 исследовано влияние короткодействующего взаимодействия на квантовое рассеяние двух произвольно направленных диполей в плоскости; вычислены сечения рассеяния при различных углах наклона дипольных моментов относительно нормали к плоскости движения. Проведено теоретическое исследование возникновения резонансов при анизотропном диполь-дипольном рассеянии произвольно направленных идентичных бозонов и фермионов в плоскости. Для малых энергий столкновений обнаружена сильная зависимость полного сечения рассеяния от короткодействующего взаимодействия. Получены зависимости дифференциальных сечений от взаимного расположения двух диполей. Исследованы энергетические зависимости сечения рассеяния в планарной системе двух диполей (для идентичных бозонов и фермионов). Продемонстрировано согласие результатов численных расчетов с оценками, полученными с помощью борновского и эйконального приближений.

В разделе 3.1 приведен краткий обзор работ других авторов. В разделе 3.2 численно рассчитана зависимость полного сечения дипольного рассеяния

разнонаправленных бозонов и фермионов от радиуса короткодействующего взаимодействия в плоскости. Показано, что при малых энергиях рассеяние фермионов существенно отличается от рассеяния бозонов. Сравнение результатов, полученных с использованием потенциальной стенки и потенциала Леннарда-Джонса, показывает их одинаковую эффективность. В разделе 3.3 представлены энергетические зависимости сечения дипольного рассеяния в плоскости. Численно рассчитаны энергетические зависимости для нецентрального потенциала дипольного взаимодействия. В разделе 3.4 проанализировано влияние короткодействующего взаимодействия на полное сечение рассеяния в плоскости для больших энергий дипольных столкновений. В разделе 3.5 продемонстрирована сильная зависимость угловых распределений дифференциальных сечений дипольного рассеяния от значения радиуса короткодействующего взаимодействия.

**Имеющиеся замечания к диссертации.** В качестве замечаний к диссертационной работе следует указать, что в работе рассматриваются столкновения молекул в одном слое оптической ловушки. Учет влияния взаимодействия сталкивающихся молекул с молекулами соседних слоев ловушки, а также учет пространственной неоднородности электрического поля оптической ловушки позволил бы приблизить результаты к экспериментальной базе. Отметим, что данные недостатки не снижают высокой оценки представленной работы, а скорее отражают перспективы дальнейших исследований. Также по тексту диссертации присутствуют опечатки. Это замечание не влияет на положительное впечатление и заключение по диссертационной работе.

**Соответствие автореферата основным положениям диссертации.** Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание, актуальность темы исследования, новизну и значимость полученных результатов, содержит все основные положения и выводы.

**Подтверждения опубликованных основных результатов диссертации в научной печати.** Результаты прошли апробацию на 20 авторитетных отечественных и международных конференциях. Требования, выдвигаемые ВАК к количеству публикаций по теме диссертационного исследования, соблюдены. Результаты диссертации Доловой О.А. изложены полно в опубликованных 9 печатных работах: 4 в реферируемых журналах, входящих в списки Web of Science и Scopus, 2 в российских научных реферируемых журналах из списка ВАК РФ по специальности «Теоретическая физика» и 3 в сборниках трудов конференций.

**Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней.** Диссертация Доловой Оксаны Александровны «Рассеяние и связанные состояния в малочастичных планарных дипольных квантовых системах» является завершённой научно-квалификационной работой и посвящена актуальным проблемам современной теоретической физики. В ней получены несколько результатов, представляющих практический интерес. Результаты изложены четко, полно и строго. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации рекомендуются к использованию в следующих организациях: МГУ имени М. В. Ломоносова (г. Москва), Институт прикладной физики (г. Нижний Новгород), Институт физики высоких энергий (г. Москва),


ФИАН им. П.Н. Лебедева (г. Москва), Univ Paris Sud 11 (г. Париж, Франция),  
Объединенный квантовый центр Дарема (г. Дарем, Великобритания).

На основании вышеизложенного следует заключить, что диссертация  
Доловой Оксаны Александровны соответствует всем требованиям п. 9  
«Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного  
постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. № 842,  
предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, и  
паспорту специальности 1.3.3 Теоретическая физика, а ее автор, Долова Оксана  
Александровна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-  
математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры фундаментальной и  
прикладной физики высшей школы естественных наук и технологий Северного  
(Арктического) федерального университета имени Л.В. Ломоносова, протокол №10  
от 26 декабря 2022 г.

#### Отзыв составил

г.н.с. научно-исследовательского управления САФУ, профессор, д.ф.–м.н. Матвеев  
Виктор Иванович, кафедра фундаментальной и прикладной физики высшей школы  
естественных наук и технологий, тел. 8 (8182) 68-31-84, [v.matveev@narfu.ru](mailto:v.matveev@narfu.ru)

 В.И. Матвеев  
«19» 01 2023

ФГАОУ ВПО "Северный (Арктический) федеральный университет имени  
М.В.Ломоносова", 163009, Архангельск, ул. Набережная Северной Двины, 17.  
(+78182) 21-89-10; (+78182) 21-61-99; тел./факс (+78182) 41-28-35, e-mail:  
[rector@narfu.ru](mailto:rector@narfu.ru); [public@narfu.ru](mailto:public@narfu.ru)



Личную подпись Матвеева В.И.  
заверяю: ученый секретарь ученого совета САФУ  
Давыд Е.Б. Раменская  
19 " января 2023г.